

Quante zucche?

In vista della festa di Halloween, Harry va al mercato e compra 24 zucche tutte uguali per preparare dei regali da dare ai suoi compagni di classe. Il suo progetto è tagliare la parte superiore di ogni zucca, svuotare la zucca dalla polpa, collocare all'interno una sorpresa e richiudere la zucca rimettendo la parte superiore. Dentro alcune zucche vuole mettere un fantasma, dentro altre un vampiro e dentro altre ancora una strega. Si reca quindi in un negozio di giocattoli e compra 8 fantasmini, 8 vampiri e 8 streghe, in modo da poter mettere un regalo in ciascuna zucca.

È domenica mattina e Harry si mette a preparare i regali: per ogni zucca, taglia la parte superiore, svuota la zucca e inserisce un fantasma, un vampiro oppure una strega.



Dopo aver nascosto la sorpresa all'interno, Harry rimette la parte superiore della zucca incollandola a quella inferiore, in modo che - senza aprire la zucca - non si possa capire qual è la sorpresa contenuta al suo interno. Prima di pranzo, Harry riesce a completare tutte le 24 zucche.

Il pomeriggio Harry deve andare a casa dei fratelli Federico e Giorgio, suoi compagni di classe, e vuole portare loro due zucche. I due fratelli sono molto gelosi l'uno dell'altro e Harry sa che, se dovessero ricevere due sorprese diverse, litigherebbero. Per evitare questa situazione, Harry vuole regalare loro due zucche che contengano lo stesso regalo. Harry è però in ritardo e la mamma lo chiama per uscire di casa: come fare a prendere due zucche che contengono lo stesso regalo? Non ha tempo per aprirle a casa per controllare la sorpresa all'interno, ma potrà aprirle una volta in macchina con calma, e poi richiuderle con la colla. Naturalmente, Harry non riesce a portare tutte le 24 zucche con sé in macchina.

Quante zucche, come minimo, deve portare con sé Harry per essere sicuro di averne due con lo stesso regalo all'interno?

GUIDA PER L'INSEGNANTE

Problema: Quante zucche?

NUCLEO TEMATICO: RELAZIONI, DATI E PREVISIONI

CLASSI: terza, quarta, quinta

Risolvere il problema non è semplice e la risposta è in realtà un "tranello". **Basta che Harry porti con sé 4 zucche per essere sicuro che almeno due abbiano la stessa sorpresa all'interno.** Per capire perché ciò sia vero, supponiamo che Harry prenda tre zucche: o fra queste tre zucche ci sono due oggetti uguali fra loro (e quindi Harry ha risolto il suo problema) oppure in queste tre zucche ci sono tre oggetti diversi (un fantasma, un vampiro, una strega). In quest'ultimo caso, nella quarta zucca ci sarà sicuramente un oggetto uguale a uno dei primi tre.

La situazione sarebbe molto diversa se Harry volesse avere la certezza di avere due specifici oggetti uguali: ad esempio, due vampiri. In questo caso, il numero minimo di zucche da prendere è 18: nello scenario peggiore possibile, prende tutte le 8 zucche con una strega, tutte le 8 zucche con un fantasma e le ultime due zucche devono necessariamente contenere due vampiri.

Come si nota, il ragionamento che abbiamo seguito in entrambe le situazioni è quello del *worst case scenario* (che in inglese significa "lo scenario peggiore possibile"): se si fissa un limite per il caso peggiore possibile, allora questo limite è valido in generale. Ad esempio, se si arriva alla fermata di un bus che passa ogni 15 minuti e ci si chiede fra quanto passerà il bus, il caso peggiore possibile è che questo sia appena passato, dunque al massimo si aspetteranno 15 minuti. Relativamente al problema in questione, il caso migliore possibile è che Harry prenda due zucche e queste contengano già due regali uguali fra loro. Il caso peggiore, come già detto, è invece che dopo aver preso tre zucche non ci siano ancora due regali uguali fra loro: in questo caso, la quarta zucca conterrà sicuramente un regalo uguale a uno contenuto in una delle altre tre zucche.

Metodologia. Non esiste una ricetta per risolvere i problemi. Gli studenti vanno spronati a mobilitare risorse interne per superare stati di ansia e difficoltà legate al problema che si sta resolvendo. In particolare, si rivela controproducente la ricerca di parole chiave così come ogni altro metodo che vuole creare automatismi per la risoluzione di problemi: gli studenti devono essere liberi di cercare e sperimentare strategie. È invece fondamentale che, dopo la risoluzione, si dia importanza alla comunicazione e spiegazione della risposta, mettendosi nei panni di chi leggerà il proprio elaborato. Nel testo, si può ricorrere a vari registri: linguistico, matematico,

grafico (l'importante è che ciò che si vuole comunicare sia chiaro!).

Riguardo al problema in questione, gli studenti lavorano prima da soli e poi si confrontano fra loro. Il problema è uno "scherzo di Halloween", perché la quasi totalità dei dati contenuti nel problema è inutile (24 zucche, 8 fantasmini, 8 vampiri, 8 streghe). Questa può essere una buona occasione non solo per discutere con la classe il concetto di dati inutili (analizzando come variare il numero di zucche o di regali lasci inalterata la risposta al problema), ma anche per mostrare come il figurarsi in testa lo svolgersi della situazione che si sta cercando di risolvere possa aiutare a non farsi ingannare!

Per chiarire al meglio il problema con la classe, si prepara un'urna con 24 palline al suo interno: 8 rosse, 8 blu e 8 verdi. Si chiede quante estrazioni bisogna fare al minimo per essere sicuri di avere due palline dello stesso colore: la risposta, chiaramente, è 4. In seguito si nota che, variando il numero di palline, il risultato non cambia. Si può inoltre notare che, se si vuole invece essere sicuri di avere almeno due palline verdi, il numero minimo di estrazioni da fare è 18.

In generale. In matematica, il *principio dei cassetti* afferma che se n oggetti vanno messi in m cassetti e $n > m$ (ossia il numero di oggetti è maggiore del numero di cassetti) allora almeno un cassetto conterrà almeno due oggetti. Pur essendo il principio relativamente semplice, il ragionamento è utile in alcune situazioni in informatica e matematica. Come applicazione divertente, pensiamo al seguente esempio. Poniamo che il numero massimo di capelli in un essere umano sia 200 mila. Allora in qualsiasi città con più di 200 mila abitanti, ci saranno sicuramente due persone con esattamente lo stesso numero di capelli.

Riferimenti Indicazioni Nazionali

- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni;
- rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.

Attività correlate con il problema

- www.oiler.education/scuola/materiali/primaria/pingo/295/le-urne-e-la-probabilita