

Flatlandia — Parte II

Altri Mondi: viaggio tra le dimensioni

«O nuovi e arditi mondi, Patria di tali genti!»

Edwin A. Abbott (1884)

Lettura e discussione

Il viaggio del Quadrato

Nella Parte II il Quadrato narratore esce dalla Flatlandia e **attraversa quattro mondi** con un numero crescente (o decrescente) di dimensioni:

- **Linelandia** — 1 dimensione (*sogno*)
- **Flatlandia** — 2 dimensioni (casa sua)
- **Spacelandia** — 3 dimensioni (rivelazione)
- **Pointlandia** — 0 dimensioni (visione finale)

Ogni mondo è un **esperimento mentale**.

• Pointlandia (0D)



Linelandia (1D)



Flatlandia (2D)



Spacelandia (3D)

Linelandia

Linelandia: il mondo a una dimensione

Il Quadrato sogna un mondo dove tutto avviene lungo **una sola retta**.

Mi vidi davanti una vasta moltitudine di piccole Linee Rette ... che si muovevano tutti avanti e indietro lungo un'unica Linea Retta.

Geometria di Linelandia:

- Gli **Uomini** sono segmenti.
- Le **Donne** sono punti.
- L'unica direzione è Nord-Sud.
- Non esistono *destra* e *sinistra*.



Linelandia: percepire un punto, dedurre un mondo

Problema fondamentale: con una sola dimensione, ogni abitante vede solo **un punto**.

Uomo, donna, bambino, oggetto – ogni cosa era un punto all'occhio dell'abitante della Linelandia.

Conseguenze matematiche:

- L'orizzonte visivo ha **misura nulla**: l'occhio non distingue forme, ma solo *presenze*.
- La discriminazione avviene per via **acustica**: ogni uomo ha due voci (basso e tenore) alle due estremità del segmento.
- Dalla differenza temporale tra i due suoni si calcola la **lunghezza** del segmento.

Linelandia: la prigionia dei vicini

Un vincolo geometrico genera un vincolo **sociale**.

Nessuno poteva spostarsi a sinistra o a destra per far strada ai passanti, ne seguiva che nessun abitante della Linelandia poteva sorpassarne un altro. Una volta vicini, vicini per sempre.

Idea matematica: l'ordine dei punti è **rigido**.

Per scambiare la posizione di due punti A e B su una retta occorre uscire dalla retta stessa.

Conseguenze sociali:

- Il *vicinato* è permanente.
- Il matrimonio non richiede contiguità.



Ordine fisso: A-B-C

Per scambiare A e B
servirebbe una **2^a dimensione**

Linelandia: il fallimento della comunicazione

Il Quadrato cerca di spiegare al Re l'esistenza di *destra* e *sinistra*. Fallisce.

RE. Non vi capisco affatto.

IO. Ahimè! Come spiegarmi? ... invece di muovervi sempre nella direzione di una delle vostre estremità, non provate mai il desiderio di muovervi nella direzione, per così dire, del vostro lato?

Il problema epistemologico:

- Non si può **descrivere a parole** una dimensione che l'ascoltatore non ha mai sperimentato.
- Non si può **indicare** la dimensione muovendosi, perché ogni movimento è interno al mondo dell'ascoltatore.
- Quando il Quadrato esce dalla retta, il Re dice: *È svanita; è morta!*

Questo schema si ripeterà identico quando la Sfera proverà a convincere il Quadrato dell'esistenza della terza dimensione.

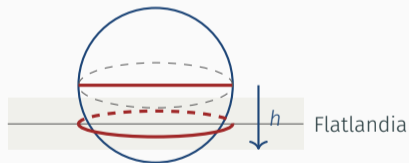
Spacelandia

Spacelandia: l'irruzione della Sfera

La notte successiva una Sfera attraversa il piano di Flatlandia. Al Quadrato appare come un **cerchio che cresce, si contrae e svanisce**.

Io non sono un Circolo, bensì un numero infinito di Circoli, di dimensioni varianti da un Punto a un Circolo di venticinque centimetri di diametro, posti l'uno sull'altro.

Concetto matematico: sezione di un solido con un piano.



sezione = cerchio
sul piano

Spacelandia: l'argomento per analogia

La Sfera, fallita la spiegazione *visiva*, ricorre all'**analogia dimensionale**.

Un Punto produce una Linea con due Punti terminali. Una Linea produce un Quadrato con quattro Punti terminali. ... 1, 2, 4 formano evidentemente una Progressione Geometrica. Quale sarà il prossimo numero?

Tabella dell'analogia:


Oggetto	dim.	vertici	"lati"
Punto	0	1	0
Segmento	1	2	2
Quadrato	2	4	4
Cubo	3	8	6
Ipercubo	4	16	8

Vertici: 2^n .

● Punto (0D, 1 vertice)

 Segmento (1D, 2 vertici)

 Quadrato (2D, 4 vertici)

 Cubo (3D, 8 vertici)

Spacelandia: oltre le tre dimensioni

Dopo aver compreso la terza dimensione, il Quadrato **estende l'analogia** e chiede di vedere la quarta.

In Tre Dimensioni, un Quadrato in movimento non generava ... un Cubo, con otto Punti terminali? E in Quattro Dimensioni, un Cubo in movimento non darà origine ... a un Organismo più divino con sedici Punti terminali?

Il colpo di scena: la Sfera, che fino a un attimo prima predicava le tre dimensioni, ora **rifiuta** la quarta:

Un paese simile non esiste. La sola idea che possa esistere è assolutamente inconcepibile.

L'allievo ha superato il maestro. Si ripete la stessa cecità che il Re di Linelandia mostrava verso la seconda dimensione: ogni essere è prigioniero della propria dimensionalità.

Spacelandia: l'onniveggenza e il limite della conoscenza

Dall'alto, il Quadrato vede l'interno di tutte le cose di Flatlandia.

Guarda, sono diventato come un Dio. Perché i saggi al nostro paese dicono che la visione di tutte le cose ... è attributo di Dio solo.

La Sfera lo corregge:

Anche i borsaioli e gli assassini del mio paese dovrebbero essere venerati come Dei dai vostri saggi: perché non ce n'è uno che non veda quel che tu vedi ora.

Lezione epistemologica:

- Vedere “dall'alto” è una **questione di dimensione**, non di virtù.
- Ciò che è miracoloso in n dimensioni è *banale* in $n + 1$.
- Allo stesso modo, ciò che è impossibile per noi (passare attraverso muri, vedere l'interno) è semplicemente quotidiano in 4D.

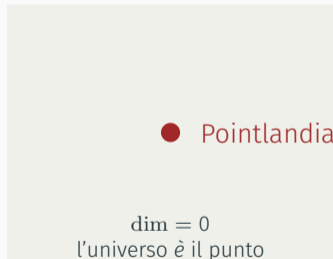
Pointlandia

Pointlandia: il mondo a zero dimensioni

La Sfera mostra al Quadrato un ultimo mondo: **l'abisso dell'adimensionale**.
Quel Punto è un Essere come noi, ma confinato nel baratro adimensionale. Egli stesso è tutto il suo Mondo, tutto il suo Universo; egli non può concepire altri fuor di se stesso.

Geometria del Punto:

- Dimensione: 0.
- Vertici: 1 (se stesso).
- Possibili direzioni di movimento: 0.
- Distinzione fra soggetto e oggetto: assente.



Il Punto parla di sé in terza persona.

Il Quadrato tenta di parlare al Re di Pointlandia, ma le sue parole non hanno alcun effetto:

Nella misura in cui il Monarca riesce ad afferrarle, egli le accetta come sue (poiché è incapace di concepire altri all'infuori di se stesso) e si vanta della varietà del "Suo Pensiero" come di un esempio di Potere creativo.

Spunti: Senza l'esperienza di un esterno, ogni messaggio diventa autoreferenziale.

Sintesi

Sintesi: la scala delle dimensioni



Lo schema ricorrente:

ogni abitante di un mondo n -dimensionale...

- ... **non può vedere** il proprio mondo nella sua interezza (vede sezioni $(n - 1)$ -dimensionali);
- ... **rifiuta** l'esistenza di dimensioni superiori;
- ... può **dedurre** solo attraverso l'analogia o la rivelazione di un visitatore.

Il messaggio di Abbott: forse anche *noi*, abitanti di Spacelandia, siamo prigionieri delle nostre tre dimensioni come il Re di Linelandia lo era della sua retta.

Fine