

Furfanti e cavalieri: le basi logiche dell'argomentazione

Luigi Bernardi

Aix-Marseille Université

E-mail: luigi.bernardi@univ-amu.fr

Abstract/Riassunto. Si presentano alcune esperienze condotte in diverse classi di scuola primaria in Italia e in Francia per l'introduzione di elementi di logica. Le attività vedono come tema centrale l'uso del cavaliere, un personaggio che dice sempre la verità, e del furfante, un personaggio che mente sempre. In particolare, nel percorso di ZERMELO, il focus sono gli insiemi, chiamati tavole, e i quantificatori.

1. Introduzione

Furfanti e cavalieri sono personaggi introdotti da Raymond Smullyan (1987), spesso protagonisti di indovinelli logici in cui si chiede di identificarli in base a certe loro affermazioni. Il nostro approccio è diverso: i furfanti e i cavalieri sono usati per analizzare varie nozioni e competenze di matematica e logica come il vero e il falso, l'argomentazione, la negazione, i quantificatori, i connettivi. Si fa riferimento ai percorsi di ZERMELO (OILER, 2021a) e BUL (OILER, 2021b) per l'introduzione della logica nella scuola primaria, sperimentati in classi di scuole primarie italiane e francesi.

Nell'incontro presenteremo in particolare ZERMELO, il cui tema centrale sono gli insiemi e i quantificatori. Attraverso la descrizione di varie tavole - contenenti numeri, figure, animali, ... - ci si propone di sviluppare il senso di osservazione degli studenti, nonché la loro capacità di esprimere e controllare proprietà degli elementi di determinati insiemi. Vengono proposte e richieste descrizioni corrette e scorrette, con l'ausilio dei personaggi di Smullyan; vengono in particolare analizzate con cura le parole tutti, al massimo, almeno, nessuno. Gli insiemi non sono quindi utilizzati in senso classico per l'introduzione di proprietà numeriche, ma come strutture da descrivere. L'artefatto digitale ZERMELO GAME accompagna le varie attività.

Il percorso affronta tematiche relative al nostro modo di esprimerci e ragionare. Molta attenzione è posta all'uso consapevole del linguaggio corrente, soprattutto in riferimento alle espressioni con valenza logica. La relazione tra logica, linguaggio e ragionamento matematico è cruciale; a tutti i livelli scolari è importante esplicitare le forme di ragionamento e di costruzione di un enunciato (Durand-Guerrier, 2021).

Il potenziale conflitto tra i meccanismi di interpretazione delle notazioni simboliche della matematica e quelli consueti delle lingue è già presente a livello di scuola primaria (Ferrari, 2021), e può proseguire fino al livello universitario (Bardelle, 2013). La nostra ipotesi è che un lavoro esplicito su quantificatori e connettivi debba partire già dalla scuola primaria, in collegamento con il linguaggio naturale. Non per “correggere” le ambiguità e i sottintesi del linguaggio naturale, ma per rendere gli studenti più consapevoli ed evitare che l'ambiguità del linguaggio divenga addirittura un ostacolo alla comprensione degli enunciati matematici.

2. Alcune fasi dell'attività

La prima fase è un'attività teatrale. Con l'uso delle maschere del *cavaliere* e del *furfante* si fanno esplorare alla classe i concetti di *vero* e *falso*, sia in contesto matematico che extra-matematico.

Nella seconda fase viene mostrata una tavola a scelta (le tavole possono essere proiettate sulla L.I.M. o stampate e appese alla lavagna). Uno studente, indossando la maschera del furfante o del cavaliere, deve enunciare una proprietà che si riferisce alla tavola. Le

proprietà possono riguardare uno o più elementi dell'insieme (per esempio "questo è un quadrato giallo", "questa parola ha 4 lettere") oppure, successivamente, l'insieme nel suo complesso (e.g. "nell'insieme ci sono quattro elementi", "non ci sono quadrati in questo insieme"). La classe è libera di enunciare qualsiasi proprietà. In maniera analoga, ma complementare, lo studente deve capire se una descrizione fatta dall'insegnante o da un compagno/a è da riferire a un furfante o a un cavaliere.

Il gioco online ZERMELO GAME [<https://oiler.education/zermelo>] propone lo stesso tipo di problemi in un'ottica differente: nel gioco bisogna capire quale quantificatore è da riferire a una certa proprietà dato l'insieme. Le risposte possono essere scelte, a seconda della giocata, tra nessuno/almeno uno oppure tra tutti/non tutti. L'alunno/o deve argomentare la propria risposta individuando un *testimone*, cioè un oggetto dell'insieme che confermi quanto detto (per esempio, se affermo che tra i pallini della figura ce ne è almeno uno rosso, devo indicarlo). Questo modo di argomentare non è solo proprio del gioco, ma ha un valore in una cornice logica: è la nascita della dimostrazione nell'ambito della *game semantics* (Bernardi, 2022).

Bibliografia

- Bardelle, C. (2013). Influence of Verbal Language in a Mathematical Context: A Study on Negation. In Lindmeier, A. M. & Heinze, A. (Eds.). *Proceedings of the 37 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 65-72. Kiel, Germany: PME
- Bernardi, L. (2022). Bul Game: Playing With Knights and Knaves. In C. A. Huertas-Abril, E. Fernández-Ahumada, & N. Adamuz-Povedano (Eds.), *Handbook of Research on International Approaches and Practices for Gamifying Mathematics*, pp. 170–188. IGI Global.
- Durand-Guerrier, V. (2020). The logical analysis of statements. A tool for dealing with ambiguities in multilingual context. *Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom*. Feb. 2020, Montpellier, France. hal-02970549
- Ferrari, P. L. (2021). L'interpretazione dei testi matematici tra processi cooperativi e modelli logici: il caso dei connettivi. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 9, 32–43.
- OILER (2021a). *Zermelo*. <https://www.oiler.education/scuola/materiali/primaria/zermelo>.
- OILER (2021b). *Bul*. <https://oiler.education/scuola/materiali/primaria/bul>.
- Smullyan, R. M. (1987). *Forever undecided: a puzzle guide to Gödel*. A.A. Knopf, New York.